

Chapitre 6

Quotients et proportions

6.1 Multiples et diviseurs

Vocabulaire

Soit a, b, k des **entiers** tels que

$$b \times k = a$$

on dit que :

- a est un **multiple** de b
- b est un **diviseur** de a
- k est le **quotient** de a par b

Exemples

A partir de l'égalité :

$$14 \times 6 = 84$$

on dit que :

- 84 est un multiple de 14
- 14 est un diviseur de 84
- 6 est le quotient de 84 par 14

Critères de divisibilité

- par 5 : le dernier chiffre est 0 ou 5
- par 10 ; le dernier chiffre est 0
- par 2 : le dernier chiffre est pair
- par 4 : les deux derniers chiffres forme un multiple de 4
- par 3 : la somme des chiffres est un multiple de 3
- par 9 : la somme des chiffres est un multiple de 9

6.2 Quotient exact

Définition. Soit a, b, q des nombres **entiers ou non** tels que $b \times q = a$
le nombre q est le **quotient exact** de a par b .

Notation. Le quotient exact de a par b a pour **écriture fractionnaire** $\frac{a}{b}$. Si a et b sont entiers alors $\frac{a}{b}$ est une **fraction**.

Exemple. Tout nombre décimal peut s'écrire en fraction avec au dénominateur 1, 10, 100, 1000...

$$12,536 = \frac{12536}{1000} \quad ; \quad 0,0078 = \frac{78}{10\,000} \quad ; \quad 642 = \frac{642}{1} \quad ; \quad 1 = \frac{1}{1} = \frac{10}{10} = \frac{100}{100} = \dots$$

6.3 Quotients égaux

Propriété On ne change la valeur d'une écriture fractionnaire en multipliant (ou en divisant) le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

Vocabulaire. Dans les exercices, “**simplifier** un quotient” signifiera obtenir une **fraction** dont les numérateurs et dénominateurs sont aussi petits que possible.

Exemples.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{16}{12} = \frac{16 : 4}{12 : 4} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{21}{35} = \frac{3 \times \cancel{7}}{5 \times \cancel{7}} = \frac{3}{5}$$

6.4 Diviser deux nombres décimaux

Exemple 1. Effectuons la division : $77,52 : 45,6$

$$\begin{array}{r} 77,52 \quad | \quad 45,6 \\ - 45,6 \quad | \quad 1,7 \\ \hline 31,92 \\ - 31,92 \\ \hline 0 \end{array}$$

- On supprime la virgule dans 45,6 en multipliant le dividende et le diviseur par 10
- On effectue la division obtenue.

Exemple 2. Effectuons la division : $1,9 : 6,75$

$$\begin{array}{r} 1,9 \quad | \quad 6,75 \\ - 6,75 \quad | \quad 0,28 \\ \hline 5500 \\ - 5400 \\ \hline 1000 \end{array}$$

- On supprime la virgule dans 6,75 en multipliant le dividende et le diviseur par 100.
- On effectue la division obtenue.

6.5 Exprimer une proportion

Définition. Des quotients égaux définissent une même proportion.

Remarque. Une proportion peut s'exprimer :

- sous forme de fraction
- sous forme décimale
- sous forme de pourcentage

Exemple. Zoé a une collection de 132 films dont 88 films d'aventure. Exprimer la proportion de films d'aventure.

$$\frac{88}{132} = \frac{88 : 44}{132 : 44} = \frac{2}{3}$$

La proportion de films d'aventures est $\frac{2}{3}$